
ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ
ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΩΝ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ 2021

ΜΑΘΗΜΑ

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ (ΑΛΓΕΒΡΑ)

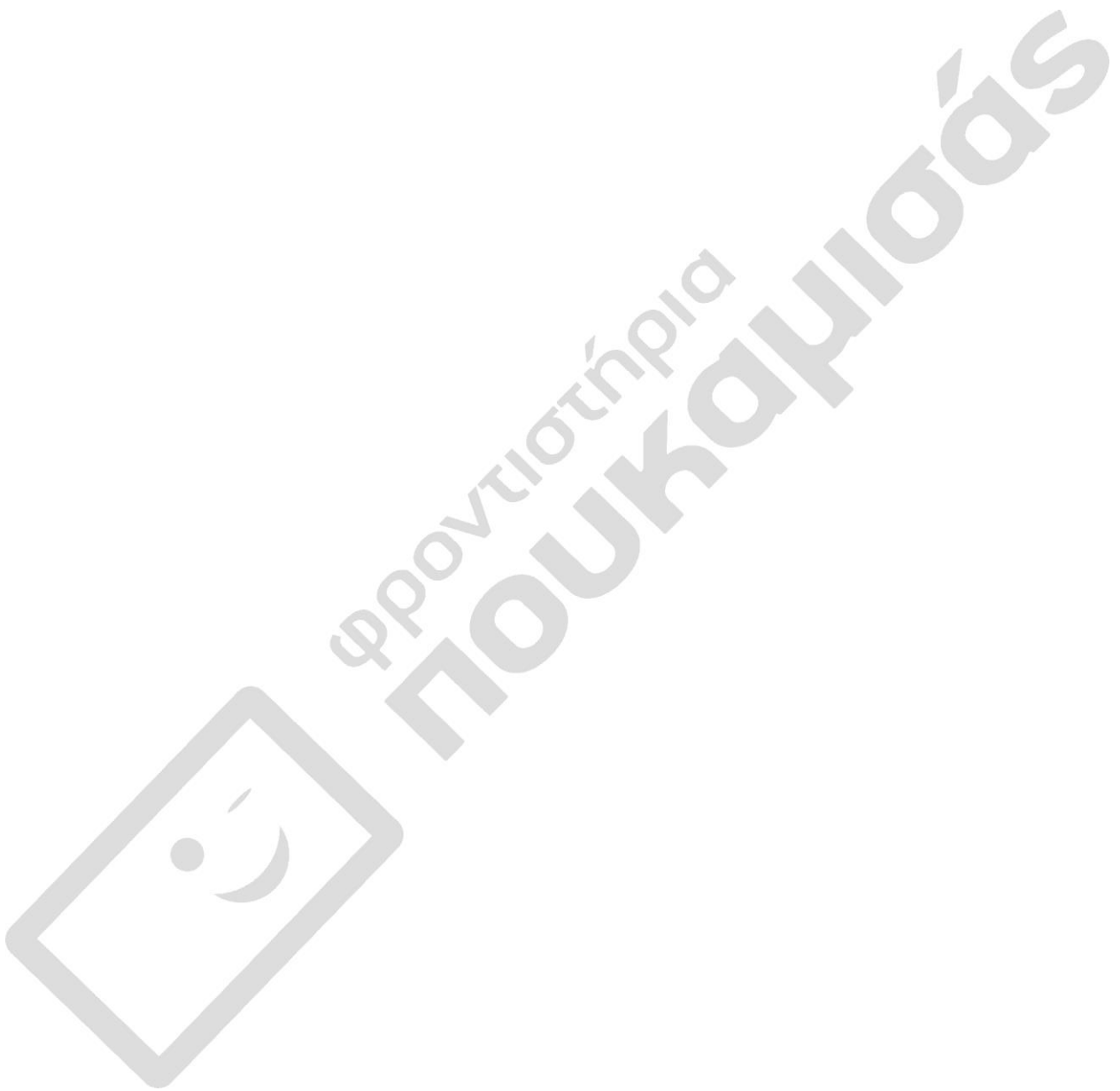
ΩΡΑ ΑΝΑΡΤΗΣΗΣ

10:40



φροντιστήρια
ΠΟΥΚΑΜΙΣΟΣ

Ο ΜΕΓΑΛΥΤΕΡΟΣ ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑΚΟΣ ΟΜΙΛΟΣ ΣΤΗΝ ΕΛΛΑΔΑ



ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Γ' ΤΑΞΗΣ
ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ – ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ ΕΞΕΤΑΣΗΣ:

17/06/2021

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ:

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Ι / Γ' ΕΠΑΛ

ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΕΣ
ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΘΕΜΑΤΩΝ

ΘΕΜΑ Α

A₁. Σχολικό βιβλίο σελ.65

A₂. Σχολικό βιβλίο σελ.28

A₃. 1) Λ, 2) Σ, 3) Λ

A₄.

i) $\left(\frac{1}{x}\right)' = (x^{-1})' = -x^{-2} = -\frac{1}{x^2}$

ii) $(x^v)' = v \cdot x^{v-1}$

iii) $(c \cdot f(x))' = c \cdot f'(x)$

ΘΕΜΑ Β

$f(x) = x^2 - \alpha x + 2, x \in \mathbb{R}$

B.1. Θα πρέπει $f(1) = 0 \Leftrightarrow 1^2 - \alpha \cdot 1 + 2 = 0 \Leftrightarrow \alpha = 3$

Επομένως $f(x) = x^2 - 3x + 2, x \in \mathbb{R}$

B.2. $g(x) = \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 1}$

Θα πρέπει $x^2 - 1 \neq 0$

$x^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow (x-1)(x+1) = 0 \Leftrightarrow x = 1 \text{ ή } x = -1$

Επομένως έχουμε $D_g = A = \mathbb{R} - \{-1, 1\}$

B.3. $\lim_{x \rightarrow 1} g(x) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x-2)}{(x-1)(x+1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-2}{x+1} = \frac{1-2}{1+1} = -\frac{1}{2}$

$$* \quad \begin{array}{c|c|c|c} 1 & -3 & 2 & 1 \\ \hline & 1 & -2 & \\ \hline 1 & -2 & 0 & \end{array}$$

$$\text{Άρα } x^2 - 3x + 2 = (x-1)(x-2)$$

B.4. Ψάχνουμε εξίσωση της μορφής $y = \lambda x + k$, το $\lambda = f'(0)$ με

$$f'(x) = (x^2 - 3x + 2)' = 2x - 3, x \in \mathbb{R}$$

$$\text{Άρα } f'(0) = 2 \cdot 0 - 3 = -3$$

$$f(0) = 0^2 - 3 \cdot 0 + 2 = 2, \text{ άρα } (0,2) \text{ το σημείο επαφής.}$$

$$\text{Επομένως έχουμε } y = -3x + k$$

$$\text{Το } (0,2) \text{ την επαληθεύει, επομένως έχουμε } 2 = -3 \cdot 0 + k \Leftrightarrow k = 2$$

$$\text{Άρα η εξίσωση της εφαπτόμενης είναι } y = -3x + 2$$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. $x_i = \frac{\alpha_{i-1} + \alpha_i}{2}$ με τη βοήθεια του τύπου, υπολογίζουμε τις κεντρικές τιμές

$$x_1 = \frac{4+8}{2} = 6 \quad x_2 = \frac{8+12}{2} = 10 \quad x_4 = \frac{16+20}{2} = 18$$

$f_i = \frac{v_i}{v} \Rightarrow v_i = v \cdot f_i$ από αυτόν τον τύπο υπολογίζουμε τις απόλυτες συχνότητες

$$v_2 = 50 \cdot 0,3 = 15 \quad v_3 = 50 \cdot 0,2 = 10$$

$\alpha_i = 360^\circ \cdot f_i$, έτσι υπολογίζουμε τα α_i

$$\alpha_2 = 360^\circ \cdot 0,3 = 108^\circ \quad \alpha_3 = 360^\circ \cdot 0,2 = 72^\circ$$

Έτη υπηρεσίας [,)	Κεντρική τιμή x_i	Συχνότητα v_i	Σχετική συχνότητα f_i	α_i
[4,8)	6	5	0,1	36°
[8,12)	10	15	0,3	108°
[12,16)	14	10	0,2	72°
[16,20)	18	20	0,4	144°
Σύνολα		50	1	360°

Γ2. Οι εκπαιδευτικοί που έχουν συμπληρώσει τουλάχιστον 8 έτη προϋπηρεσίας είναι :
 $v_2 + v_3 + v_4 = 15 + 10 + 20 = 45$

Γ3. Το ποσοστό των εκπαιδευτικών που έχουν συμπληρώσει το πολύ 16 χρόνια προϋπηρεσίας είναι : $f_1\% + f_2\% + f_3\% = 10\% + 30\% + 20\% = 60\%$

Γ4. Το εμβαδόν του χωρίου που ορίζετε από το πολύγωνο των σχετικών συχνοτήτων ισούται με το άθροισμα των σχετικών συχνοτήτων άρα με 1

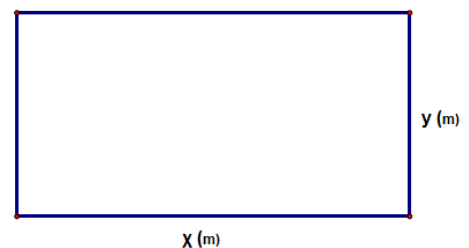
ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Η περίμετρος του ορθογώνιου είναι:

$$\Pi = 80 \Leftrightarrow 2x + 2y = 80 \Leftrightarrow x + y = 40 \Leftrightarrow y = 40 - x$$

Συνεπώς το εμβαδόν του οικοπέδου δίνεται από τον τύπο:

$$E(x) = x \cdot y = x(40 - x) = 40x - x^2$$



Πρέπει:

$$x > 0$$

$$y > 0 \Leftrightarrow 40 - x > 0 \Leftrightarrow x < 40. \text{ Άρα } 0 < x < 40. \text{ Επομένως } A_E = (0, 40)$$

$$\Delta_2. E(x) = 40x - x^2$$

$$E'(x) = 40 - 2x$$

$$E'(x) > 0 \Leftrightarrow 40 - 2x > 0 \Leftrightarrow x < 20$$

x	0	20	40
E'		+	-
E		↗	↘

M

Η E είναι γνησίως αύξουσα στο $(0, 20]$ και γνησίως φθίνουσα στο $[20, 40)$

$\Delta_3.$ Το εμβαδόν μεγιστοποιείται για $x = 20$ και η μέγιστη τιμή του είναι:

$$E(20) = 40 \cdot 20 - 20^2 = 800 - 400 = 400 \text{ m}^2$$

$\Delta_4.$ $x_A = 29,5 > 20$

$$x_B = 34,2 > 20$$

$$\text{Συνεπώς: } x_B > x_A \underset{[20,40)}{\Leftrightarrow} E(x_B) < E(x_A)$$

Άρα το οικόπεδο A έχει μεγαλύτερο εμβαδόν

β' τρόπος

$$x_A + y_A = 40 \Leftrightarrow y_A = 40 - 29,5 = 10,5 \text{ m}$$

$$E_A = 29,5 \cdot 10,5 = 309,75 \text{ m}^2$$

$$x_B + y_B = 40 \Leftrightarrow y_B = 40 - 34,2 = 5,8 \text{ m}$$

$$E_B = 34,2 \cdot 5,8 = 198,36 \text{ m}^2$$

Άρα $E_A > E_B$